

CM042: Cálculo 2 (Prova 1)

Prof. Alberto Ramos

Setembro de 2018

Q:	1	2	3	4	5	Total
P:	20	25	15	20	20	100
N:						

Nome: _____

Orientações gerais

- 1) As soluções devem conter o desenvolvimento e ou justificativa.
- 2) A interpretação das questões é parte importante do processo de avaliação. Organização e capricho também serão avaliados.
- 3) Não é permitido a consulta nem a comunicação entre alunos.

Questão 1 20

Considere a curva $\vec{\alpha}(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t, \sqrt{3}t)$.

- (a) 5 Encontre a reta tangente à curva no ponto $t = 0$;
- (b) 15 Encontre o plano osculador à curva que passa por $(1, 0, 0)$. Para isso calcule o vetor binormal 10 e depois use esse vetor para definir o plano 5.

Questão 2 25

Calcule, se existe, os seguintes limites

- (a) 5 $\lim_{(x,y) \rightarrow (4,0)} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1}$.
- (b) 10 $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x - 1}{x^2 + y^2 - 2}$.
- (c) 10 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$.

Questão 3 15

Encontre o plano tangente à superfície $z = 2x^2 - 3xy + y^2$ paralelo ao plano $\mathcal{P} : 5 = 7y + 2z - 10x$. Para isso:

- (a) 10 Encontre o vetor normal ao plano, e um ponto do plano tangente requerido
- (b) 5 Use a informação anterior para encontrar o plano tangente.

Questão 4 20

O potencial elétrico no plano xy é $V(x, y) = e^{-2x} \cos 2y$, onde V está em volts e a distância é medida em metros. Considere $P_0 = (0, \pi/4)$.

- (a) 10 Ache a razão de variação do potencial no ponto P_0 na direção unitária $(\cos \pi/6, \sin \pi/6)$.
- (b) 5 Encontre a direção da razão de variação máxima de V em P_0 .
- (c) 5 Qual a magnitude da razão de variação máxima de V em P_0 ?

Questão 5 20

Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ função duas vezes derivável em \mathbb{R} . Se $z = xf(x + y) + yg(x + y)$, mostre que

$$\frac{\partial^2 z}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 z}{\partial^2 y} = 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}.$$

- (a) 10 Para isso calcule $\frac{\partial^2 z}{\partial^2 x}$ e $\frac{\partial^2 z}{\partial^2 y}$
- (b) 10 Calcule $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$. Compare.